

# 人工市場における複雑さの発展の分析

和泉 潔

In this study we rethought efficient market hypothesis from a viewpoint of complexity of market participants' prediction methods and market price's dynamics, and examined the hypothesis using simulation results of our artificial market model. As a result, we found the two difference from the hypothesis. (a) Complexity of markets was not fixed, but changed with complexity of agents. (b) When agents increased the complexity of their prediction methods, structure of dynamic patterns of market price didn't disappear, but it can't be described by equation of any dimensions.

## 1 はじめに

専門家の行う金融価格の予測と、目隠しした猿がダーツに矢を投げてした予測が同じであると言ったらビックリするであろうか。

経済学の分野では 70 年代に効率的市場仮説という金融市場の理論が提唱され、今日まで大きな議論的となっている。この仮説では金融市場の価格の挙動はランダムウォークであり予測不可能であるとしている。そのため、最初に言ったようなことが言われるのである。今日、大きく発展した金融工学の理論もこの仮説をベースにして、金融価格を確率過程で表すことから始まっている。

仮説の統計的な検証も実証データを用いて数多く行われたが、仮説が市場参加者の予想形成といったことを含

んでいるため、なかなか直接的に検証できなかった。しかし近年、計算機の中に仮想的な市場モデルを構築してシミュレーションを行う人工市場アプローチが現われ、これにより仮説の検証を直接的に行うという研究が出てきた [1-3]。

本研究は、市場参加者個人の予測方式の複雑さと市場価格の挙動の複雑さの関係という新しい視点から効率的市場仮説を捕らえ直し、人工市場モデルを用いたシミュレーション結果から、仮説の検討を行った。

## 2 複雑さから見た効率的市場仮説

効率的市場仮説の要点をまとめると下記ようになる。

- 金融市場の市場参加者は市場価格の挙動に関する全ての情報を、極めて迅速かつ的確に取り入れて、価格予想に用いる。
- そのような市場参加者間の取引で決定される市場価格は、現在までに利用可能で重要な情報を全て適切に反映している。
- 従って、ある者が現在までに利用可能な情報と市場価格の新たな関係を見つけ出して、他の者より有利になる余地はない。つまり市場価格の挙動はだれにも予測不可能な新規情報によって動くランダムウォークになる。

上記の要点を複雑さの観点から見ると、効率的市場仮説は下記のことを暗に含んでいる。

- 各市場参加者は適切な情報の取り込み方を得るために、自分の予測方式を学習により複雑にしていって、市場価格の決定式の構造をつかもうとする。

---

Kiyoshi IZUMI, 産業技術総合研究所, AIST & 科技団 さきがけ, PRESTO, JST, 電子メール: (kiyoshi@ni.aist.go.jp)

- 価格決定式の構造は市場参加者の学習とは独立して固定して存在し、最終的には市場参加者に構造を見破られて、その構造が消えてしまう。

つまり、各市場参加者の予測式の複雑さと市場価格の挙動の複雑さの独立が暗黙の前提となっているのである。

これに対し、de la Maza [4] は人工市場シミュレーションにより、市場参加者の予測式の次元が 0 から 1 に上がると、市場価格もランダムウォークから線形性を持つ挙動になることを見つけた。つまり、個人の複雑さと市場の複雑さが独立でない可能性を示した。

それでは、各市場参加者が自分の予測方程式をより複雑にする動機はどこにあるのだろうか。Joshi ら [6] によると、囚人のジレンマゲームに似た状況が起きているからだとしている。彼女らの人工市場モデルでは、予測方式にテクニカル分析の移動平均の手法を取り込んで、予測式の次元を 0 から 1 に上げることを、囚人のジレンマゲームの裏切り戦略に対応させた。これに対し、テクニカル分析を予測に用いないことを協調戦略に対応させた。シミュレーション結果より、囚人のジレンマ状況となる下記の 2 つの条件が見られた。

条件 1 予測次元を上げること(裏切り戦略)によって、予測の精度が上がって取引結果の収益が増大するメリットが得られた。

条件 2 しかし、皆が次元を上げると市場価格の挙動が複雑になり、皆がテクニカル分析を用いていなかった(協調戦略)ときよりも予測精度が下がってしまった。このように、皆が利益追求のため自分の予測式の次元を上げようとして、結局は予測精度が下がってしまう状況が起きる。

本研究では次節以降で、人工市場シミュレーションにより、予測次元がより大きくなったら囚人のジレンマ的状況や市場の複雑さはどうなるのかについて分析を行う。その結果に基づき、今までの効率的市場仮説の検討を行う。

### 3 人工市場モデル

50 人の仮想ディーラー(エージェント)がいる人工市場を構築した。この人工市場には 1 つの金融商品と 1 つの無リスク資本が存在する。各エージェントは金融商品の価格の推移を予想して、予想収益の効用が最大になるように、金融商品と無リスク資本の持高を変える。人工市

場の中では、予想・注文・価格決定・学習のステップから 1 期間がなり、この 4 つのステップを繰り返すことによって離散的に時間が進んでいく。

#### 3.1 予想

今期の金融価格の変動値を、過去の金融価格の変動値の線形和で予想する。つまり、今回の研究では市場にファンダメンタルズ情報は存在せず、テクニカル分析のみによる予想となる。

各エージェントが持つ予想方程式は、自己回帰和分平均移動モデル ARIMA(n,1,0) である。n は何期前までの価格変動を予想に用いるかを表す。n が大きいほど予想方程式の次元が大きいことになるので、本研究ではこれを各エージェントの予想の複雑さと見なす。

$P_t$  をまだ決定されていない今期の金融価格とし、 $\tilde{y}_t$  を金融価格の変動( $P_t - P_{t-1}$ )の予想値とすると、予想式は下記ようになる。

$$\begin{aligned}\tilde{y}_t &= \sum_{i=1}^n b_i y_{t-i} + e_t \\ &= \mathbf{x}_t' \mathbf{b}_t + e_t\end{aligned}\quad (1)$$

ただし、 $e_t$  は平均 0、分散 0.1 の正規分布、 $\mathbf{b}_t$  は予測式の係数をまとめたベクトル  $(b_1, \dots, b_n)'$  であり<sup>†1</sup>、 $\mathbf{x}_t$  は予測式の説明変数、つまり過去の価格変動のベクトル  $(y_{t-1}, \dots, y_{t-n})'$  である<sup>†2</sup>。

#### 3.2 注文

各エージェントはリスク回避型の予想収益の効用関数を持っているとする。このとき、効用が最大になるような金融商品の持高の最適値  $q_t^*$  は、式 (1) の変動の予想値  $y_t$  に比例する。

$$q_t^* = a y_t \quad (2)$$

今までに持っている金融商品持高を  $q_{t-1}$  とすると、各エージェントの注文量  $o_t$  は最適な持高との差になる。

$$o_t = q_t^* - q_{t-1} \quad (3)$$

†1 各エージェントの予測式の係数の初期値  $\mathbf{b}_0$  は -1 から 1 までの一様乱数によって与えられる。

†2 一番最初の期では  $\mathbf{x}_0$  に平均 0、分散 1 の正規分布で生成された価格の時系列データを用い、その後の時期では  $\mathbf{x}_t$  に人工市場で生成された価格データを用いた。

注文量が正 (負) の場合は, エージェントが買い注文 (売り注文) をすることを意味するので, 市場価格  $P_t$  が自分の予想価格 ( $P_{t-1} + y_t$ ) よりも安くて (高くて) 有利な場合は,  $o_t$  だけ買い注文 (売り注文) をする.

$$\begin{aligned}
 & o_t > 0 \text{ の場合} \\
 & \begin{cases} o_t \text{ だけ買い} & (P_t \leq P_{t-1} + y_t \text{ のとき}) \\ \text{何もしない} & (P_t > P_{t-1} + y_t \text{ のとき}) \end{cases} \\
 & o_t < 0 \text{ の場合} \\
 & \begin{cases} \text{何もしない} & (P_t < P_{t-1} + y_t \text{ のとき}) \\ o_t \text{ だけ売り} & (P_t \geq P_{t-1} + y_t \text{ のとき}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

### 3.3 価格決定

50 個のエージェントの売買戦略を市場全体で集積して, 需要と供給が均衡するような値にモデルの今期の市場価格が決定される. 市場価格よりも高い値段をつけた買い手と安い値段の売り手の間で取引が成立する.

### 3.4 学習

各エージェントは新たに決定された市場価格の変動  $y_t$  の情報と逐次最小二乗法を用いて, 予測式 (1) の係数  $\mathbf{b}_t$  を更新する<sup>†3</sup>. 係数の逐次更新の式は

$$\mathbf{b}_{t+1} = \mathbf{b}_t + \frac{(\mathbf{X}'_t \mathbf{X}_t)^{-1} \mathbf{x}_t (y_t - \mathbf{x}'_t \mathbf{b}_t)}{f_t} \quad (4)$$

と表現される [5]. ただし,  $\mathbf{X}_t$  は  $\mathbf{X}_0 = 100 \times \mathbf{I}$  ( $\mathbf{I}$  は単位行列) で始まる学習の行列であり, 下記の式で更新される.

$$(\mathbf{X}'_t \mathbf{X}_t)^{-1} = \frac{(\mathbf{X}'_{t-1} \mathbf{X}_{t-1})^{-1}}{(\mathbf{X}'_{t-1} \mathbf{X}_{t-1})^{-1} \mathbf{x}_t \mathbf{x}'_t (\mathbf{X}'_{t-1} \mathbf{X}_{t-1})^{-1} + 1} \quad (5)$$

また,

$$f_t = 1 + \mathbf{x}'_t (\mathbf{X}'_{t-1} \mathbf{X}_{t-1})^{-1} \mathbf{x}_t \quad (6)$$

とする.

## 4 シミュレーション結果

人工市場モデルを用いて, 予測次元が大きくなったら囚人のジレンマ的状况や市場の複雑さはどうなるのかシミュレーションで確かめた.

### 4.1 予測式を複雑にするメリット

予測式を複雑にした方が有利になるかどうか確かめた. 25 個のエージェントの予測式の次元を  $n$  とし, 残り半

<sup>†3</sup>  $n = 0$  の場合は, 乱数だけでの予測なので学習は行わない.

分の 25 個のエージェントの予測式の次元を  $n + 1$  とした. 4000 期間のシミュレーションを行い, 各エージェントの予測値と市場価格との差を全期間で集積し,  $n$  次元のエージェントグループと  $n + 1$  次元のグループそれぞれについて平均をとった. そのようなシミュレーションを乱数の初期値を変えて 100 回行った<sup>†4</sup>. 100 回の平均をとり,  $n$  次元のグループの予測誤差を 100 として,  $n + 1$  次元のグループの予測誤差がどれほど小さくなっているかを示したのが図 1 である.

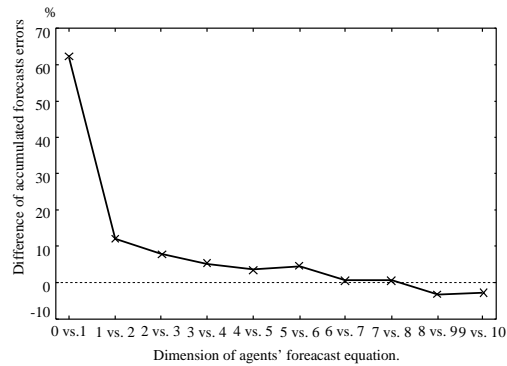


図 1 予測誤差の差: 値が正 (負) の時は予測式を複雑にした方が予測誤差が小さく (大きく) なる.

次数が小さいうちは予測式を複雑にするメリットが大きい. 相対的により正確に予測できるエージェントが利得を増やせるので, 次数の小さいときは囚人のジレンマ的状况の条件 1 が成り立っている. しかし, しかし次数が大きくなると, 予測式を複雑にするメリットがなくなることがわかる.

### 4.2 市場全体のデメリット

各エージェントが予測式の次元を上げると, 市場全体では予測しにくくなるのか確かめた. 50 個全てのエージェントの予測式を同じ  $n$  次元にして, 4000 期間のシミュレーションを 100 回行った<sup>†5</sup>. 予測誤差を 4000 期間で集積し, 50 個のエージェントの平均をとった後, さ

<sup>†4</sup> 金融価格が発散してしまったパスは測定不能になるので, それは除外し発散しなかったパスで 100 回になるまでシミュレーションを行った

<sup>†5</sup> 全てのエージェントの予測式が同じ次元の場合, 発散するパスは見られなかった.

らに 100 回のシミュレーションの平均をとった (図 2).

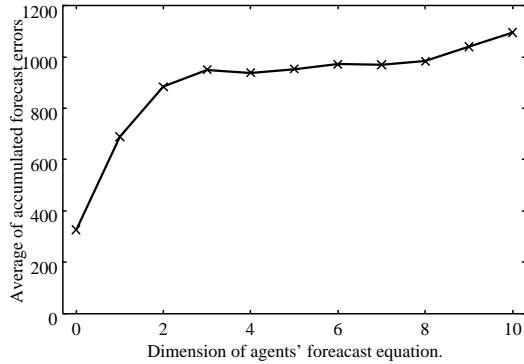


図 2 予測誤差

その結果, 次数が小さいときは, 次数の増加に伴い予測誤差が大きくなり, 囚人のジレンマ状況の条件 2 が成り立っていた. しかし, しかし次第に予測誤差がある一定の値に収束してしまっただことがわかる.

#### 4.3 市場の複雑さの発展

上記のメカニズムを調べるため, 相関次元分析を行った<sup>†6</sup>. 50 個全てのエージェントの予測式を同じ  $n$  次元にして, 4000 期間のシミュレーションを 100 回行った. 学習がある程度安定した後半の 3885 期間の市場価格の階差をとり, 埋め込み次元を変えながら, 相関次元を計算した (図 3).

その結果, 予測次元が 0 の場合 (図 3a) は, 平均は下に凸な曲線となり, ホワイトノイズに近い相関次元の特徴を持っていた. しかし予測次元が少し上がると (図 3b), 市場価格のダイナミクスに構造が現われて相関次元が飽和し上に凸な曲線になった. さらに予測次元を上げていくと (図 3c), ほぼ直線となり, 構造は存在するが相関次元が飽和しない状態になった.

中島 [8, 9] によると, 現実の東証株価指数データの相関次元分析結果も, 対数ベースで直線的に上昇した. つまり, 各エージェントの予測次元が増加していくと, 人工市場の価格のダイナミクスは, 現実の株価指数と同様に, 「いくつかの自由度をもつ力学系によって, (略) 挙動を大

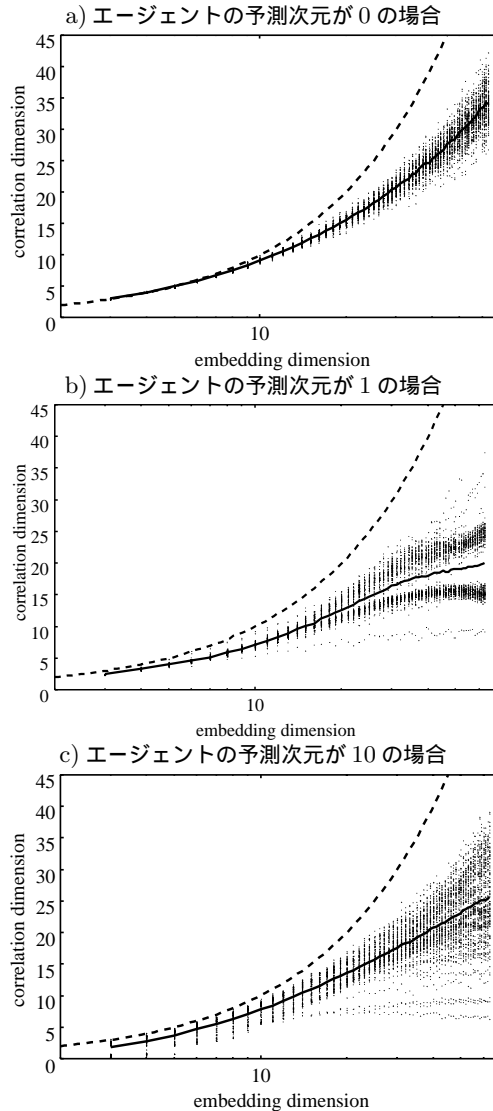


図 3 相関次元: x 軸 (埋め込み次元) は対数表示. 実線は 100 回のパスの相関次元の平均. 点線はホワイトノイズの場合の理論値.

まかに記述することができ, その記述はそれなりの有効性をもつ. そして, 自由度を増やすことによって, より精密な記述も可能となる. しかしながら, 完全にその挙動を再現する力学系は構成できない. すなわち, (略) 挙動に関わる変数の数は特定できない (中島 [9])」状態になるのである.

<sup>†6</sup> 相関次元分析の手法は [8, 9] と同様に行なった.

## 5 新・効率的市場仮説

前節の結果をまとめると、下記のようなことがわかる。

- 各市場参加者の予測次元が 0 の時は、市場価格の挙動はランダムウォークであるが、予測次元を上げる人が出てくると価格の挙動にある自由度の力学系で記述できるような構造が出てくる。
- そのため、各エージェントが予測次元を上げると価格決定式の自由度に近づいて予測精度が上がるため、メリットが出てくる。しかし、皆が予測次元を上げると前よりも予測精度が下がり囚人のジレンマ的状况になる。
- 囚人のジレンマ的状况で皆が予測次元を上げていく方向に進んでいくと、市場価格の挙動の構造は存在するが、どの自由度でも完全に記述することができない状態になる。

今までの効率的市場仮説が言うような、各個人が学習により価格決定の構造を完全に把握し、その結果構造が消えてランダムウォークになることはなかった。市場の複雑さは個人の複雑さとともに変化し、最終的には構造は存在するが完全に把握することのできない状態になったのである。

このような学習の「正解」がないような状態では、学習の結果自体に加えて(よりも?)、各市場参加者の学習の仕方が市場価格の挙動に対する主要因になると考えられる。つまり、吉地 [7] が言うように、市場参加者の学習の効率性学習や市場を捕らえる認知的枠組みの違い、学習者間の相互作用、情報の取捨選択の仕方などが焦点になってくるのであろう。

また、もう 1 つの焦点として考えられるのは、市場価格決定の制度である。本研究では、価格決定はある一定の時間ごとに均衡価格を求める制度にしたが、連続的に取引が成立した価格を市場価格とする制度も考えられる。市場価格決定の制度は個人の複雑さをどのように市場の複雑さに集積するかというメカニズムであるので、市場の複雑さの発展の仕方に大きな影響を与える。制度を変えた場合に本研究と同じような最終結果になるのか、それとも異なるのかも興味深い。

## 6 結論

本研究で、人工市場アプローチを用いて効率的市場仮説の検討を行った結果、今までの効率的市場仮説と異なる以下の 2 点を見つけた。

- 市場の複雑さは個人の複雑さとともに変化する。個人の予測次元が小さいうちは、市場価格の挙動に記述可能な構造が存在し、囚人のジレンマ的状况により市場参加者が予測次元を上げる動機が存在する。しかし次元が上がっていくとその状況が壊れてしまう。
- 市場参加者が予測次元を上げていっても、市場価格の挙動の構造は消えない。最終的には構造は存在するが完全に把握することのできない状態になった。

今後の研究の発展の方向として、(a) 市場参加者の学習の仕方、(b) ファンダメンタルズ分析の取り込み、(c) 価格決定の制度などが市場の複雑さと個人の複雑さの関係にどのような影響を与えるか調べてみたい。

## 謝辞

本研究の遂行にあたり有益な議論や分析プログラムの提供をしてくれた中島義裕氏に深く感謝したい。

## 参考文献

- [1] Chen, S.-H. and Yeh, C.-H.: Genetic Programming and the Efficient Market Hypothesis, *Genetic Programming: Proceedings of the 1st Annual Conference*(Koza, J., Goldberg, D., and Fogel, D.(eds.)), the MIT Press, 1996, pp. 45-53.
- [2] Chen, S.-H., Yeh, C.-H., and Liao, C.-C.: Testing the Rational Expectations Hypothesis with the Agent-Based Model of Stock Markets, *Proceedings of International Conference on Artificial Intelligence 1999*, Computer Science Research, Education, and Application Press, 1999, pp. 381-387.
- [3] Chen, S.-H., Yeh, C.-H., and Liao, C.-C.: Testing the Rational Expectations Hypothesis with the Agent-Based Model of Stock Markets, *進化経済学論集第 4 集*, 進化経済学会, 2000, pp. 142-145.
- [4] de la Maza, M.: Qualitative Properties of an Agent-based Financial Market Simulation, *Proceedings of ICAI99*, CSREA, 1999, pp. 367-373.
- [5] Harley, A. C.: *Time Series Models*, Philip Allan Publishers, 1981. (国友直人・山本拓訳『時系列モデル入門』東京大学出版会, 1985.)
- [6] Joshi, S., Parket, J., and Bedau, M. A.: Technical Trading Creates a Prisoner's Dilemma: Results from an Agent-Based Model, *Computational Fi-*

- nance 1999*(Abu-Mostafa, Y. S., LeBaron, B., Lo, A. W., and Weigend, A. S.(eds.)), MIT Press, 2000, pp. 465-479.
- [7] 吉地望: 不確実性下での期待形成と仮説の進化-為替相場における期待形成を通して-, 方法としての進化 (塩沢由典 (編)), シュプリンガー・フェアラーク東京, 2000, chapter 6, pp. 173-206.
- [8] 中島義裕: 経済現象に見られる決定論的性質と確立論的性質の両義性, 情報処理学会論文誌: 『数理モデル化と応用』, Vol. 40, No. SIG9(TOM2)(1999).
- [9] 中島義裕: 経済の揺らぎとフラクタル, 方法としての進化 (塩沢由典 (編)), シュプリンガー・フェアラーク東京, 2000, chapter 7, pp. 207-235.