1E4-01

粒状性と日常推論
Granularity and Ordinary Reasoning

村井 哲也 [*1]
Tetsuya MURAI

工藤 康生[*2]
Yasuo KUDO

[*1] 北海道大学
Hokkaido University

[*2] 室蘭工業大学
Muroran Institute of Technology

In a series of our previous papers, we have proposed a way of granular reasoning based on rough sets and the filtration method in possible-worlds semantics for modal logic. We have also applied not only to classical syllogism but also to non-monotonic reasoning, fuzzy reasoning. However, in the previous formulation, background knowledge, which plays an important role, in particular, in inductive and abductive reasoning, has not been introduced. Background knowledge, in general, makes its own granularity whose effects we cannot ignore in reasoning process. In this paper, we examine some effects of background knowledge represented as lower approximations in rough set theory and then consider its relationship with human ordinary reasoning.

1. はじめに

本稿の目的は，「粒状性(granularity)」という観点から背景知識が与えるラフ集合(rough set)の近似(approximation)の構造が推論にどのような効果を与えるかについて吟味し，その日常推論との関係を考察する．

ポーランドの計算機科学者 Z.Pawlak が 1982 年に提唱したラフ集合[Pawlak1982,1991])は近年，粒状計算(granular computing) (cf. [Lin1998,Skowron2001]) という新しい計算パラダイムの方向性を生み出すなど，益々研究が充実･進展している(cf. [津本 2001])．

ラフ集合の本質は「近似」である．人間にとって，近似とは何か？その答の一つに，近似とは，人間の認知･認識能力において不可欠な要素の一つである，という考え方がある．その理由として，人間は，(1)所有するデータの総体，(2)データから情報を引き出す計算力，以上の少なくとも二点において，有限な存在だから，という．その有限性ゆえ，人間は原理的に，対象を近似的にしか理解できない，と考えられる．諸々の事象に対して完全な理解が可能なのは，(存在するならば)「神」と呼ばれる存在のみであろう．ラフ集合論は既知の有限なデータを使って，未知の対象たちを記述し，理解するための数学的枠組を与える理論である．既知のデータは我々が情報処理を実行するにあたっての「背景知識」とみなすことができる．

近年，日本では，感性工学におけるラフ集合の応用に関する研究も盛んである(cf. [森 2001,2004])．しかし，これまではラフ集合に基づくルール生成における「縮約(reduction)」が重要な役割を果たしてきた．これに対して，筆者ら[村井 2004a,2004b, 2004c]は論理や推論における感性の存在から，ラフ集合による「粒度調整」も感性において重要な役割を果たすのではないかと指摘した．人間の認識能力や記号操作能力において粒状性は大変重要な役割を担っていると考えられる．その静的な抽象化は通常の論理で記述可能であろうが，しかし，動的に運用する場合は通常の論理の枠を超えるのではないかと考えられる．この観点から筆者らは一連の論文[Murai2001,2002,2003a, 2003b,2004]で「粒状推論(granular reasoning)」という枠組を提案した．これを一言で言えば，粒状性を導入した動的な様相論理であり，決定問題の解決に利用される「ろ過法(filtration)」(cf. [Chellas1980])を拡張援用する．

2. ラフ集合

ラフ集合の基本的考え方は既に述べたように，既知の有限なデータを使って，未知の対象(集合)を記述し，理解する，という立場を採る．ラフ集合論では，まず，既知のデータの下で，同じ性質を持つ対象をグループ化して，ブロック(クラスタ)を構成する．一般に，ブロックは複数個，生成される．それらのブロックを利用して，未知の対象に対する近似を構成するのがラフ集合の考え方である．

2.1 情報表と識別不能関係

形式的には，対象の全体集合を U とし，U の要素に関する属性の集合を A とする．各属性 $a(\in A)$は固有の属性値集合 V_a が付随し，U の任意の要素 $x(\in U)$に対して，$a(x)\in V_a$とする．組<U,A>を U に関する一つの情報表(information table)を呼ぶ．

属性集合 A の任意の部分集合 B を固定する．この時，U の二つの対象に関して，次の二項関係を定義する：

$$xR_By \Leftrightarrow \forall a\ (a\in B \Rightarrow a(x) = a(y))$$

この関係は明らかに同値関係であり，二つの対象 x,y は B に含まれる属性の属性値がすべて一致するとき，同類とみなす，という意味である．R_Bを B に関する識別不能関係と呼ぶ．

2.2 ラフ集合

一般に，U 上の同値関係 R が与えられたとき，商集合 U／R の各要素，すなわち，同地類が未知の集合を近似するためのブロックとなる．実際，次頁の図1から見て取れるように，未知の対象集合 X を近似する方法は二つある．一つは，集合 X の内側からブロックを組み立てて行くが，しかし，X からは決してはみ出さないようにギリギリの線まで大きくしたものである．これを X の下近似(lower approximation)と呼んで，$\underline{R}(X)$と書く．他方，逆に，全体集合 U からブロックを取り去って行くのだが，しかし，X のどの一部も決して削り取られないようにギリギリの線まで取り去りきったのが，X の上近似(upper approximation)であり，$\overline{R}(X)$で表わす．これら二つの近似を組み合わせた

$$\langle \underline{R}(X), \overline{R}(X)\rangle$$

連絡先：村井哲也，北海道大学 大学院情報科学研究科 コンピュータ･サイエンス専攻 数理計算科学講座，〒060-0814 札幌市北区北 14 条西 9 丁目，Phone & Fax：011-706-6757，E-mail：murahiko@main.ist.hokudai.ac.jp

を X の R-ラフ集合という. 一般に, 下近似は元の集合の, 下の集合は上近似の部分集合である:

$$\underline{R}(X)\subseteq X\subseteq \overline{R}(X).$$

さらに, 種々の諸性質が成り立つ. 主要なものを挙げる:

$$\underline{R}(X^C) = (\overline{R}(X))^C,$$
$$X\subseteq Y \Rightarrow \underline{R}(X)\subseteq\underline{R}(Y),$$
$$\underline{R}(X\cap Y) = \underline{R}(X)\cap\underline{R}(Y),$$
$$\underline{R}(\underline{R}(X)) = \overline{R}(\underline{R}(X)) = \underline{R}(X),$$
$$\overline{R}(\overline{R}(X)) = \underline{R}(\overline{R}(X)) = \overline{R}(X).$$

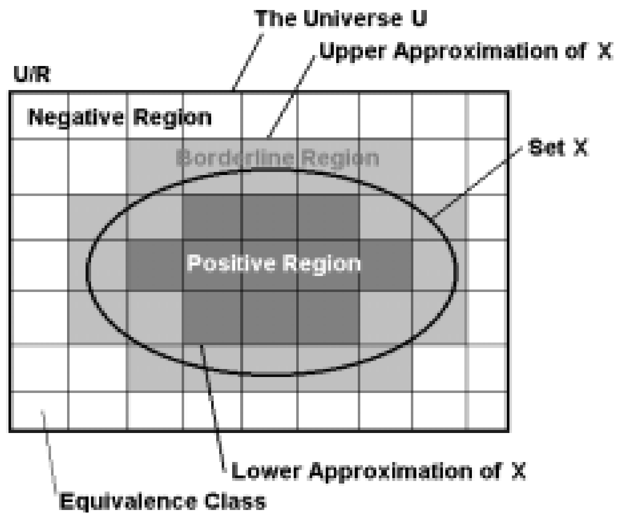

図1. ラフ集合:下近似と上近似

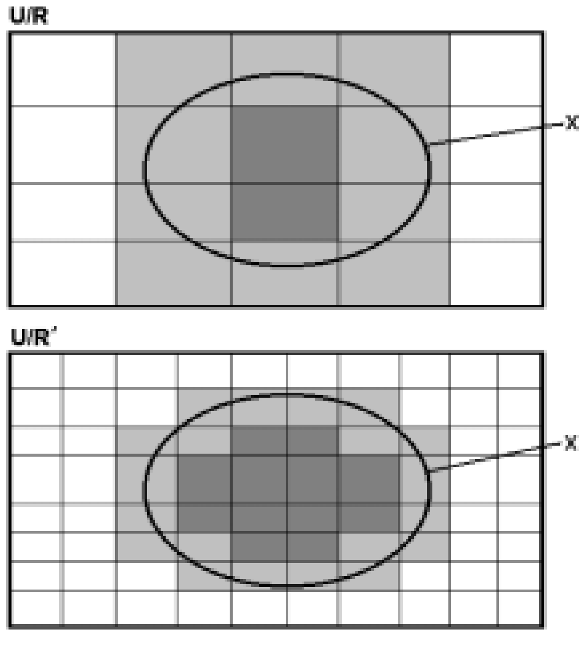

図2. 背景知識の近似への影響.

2.3 粒度調整

既知のデータ, すなわち, 背景知識に依存して(直感的に言えば)ブロックの大きさが変わる. 一般に, より細かいブロックを構成するデータは詳細, より大きなブロックを構成するデータは簡潔である. 近似の程度は, 図2に示すように, その細かさの度合い, すなわち, 粒度(degree of granularity)に応じて変化する. 図2では, 上より下のほうがよい近似を与えている.

全体集合 U が有限の場合は, 近似の程度を要素の和の比を取ることで, 測ることができる. まず,

$$\alpha_R(X) = |\underline{R}(X)| / |\overline{R}(X)| \quad (|\cdot|は要素数)$$

を X の R に関する近似の精度という. この値が1に近いほど, 上下から挟む近似が X に近づく. 他に, X の R に関する近似の質があり

$$\gamma_R(X) = |\underline{R}(X)| / |X| \quad (|\cdot|は要素数)$$

で定義される. この指標は X に確実に所属すると判断される要素の比率である.

2.4 ラフ集合と様相論理

ラフ集合は正規様相論理体系 S5(KT5) の意味論とみなせる(詳細は例えば, [村井 2001]). なお, ラフ集合と様相論理との関係に関する研究はラフ集合提案当初からなされている

様相論理の可能世界意味論(cf. [Chellas1980])では, クリプキ･モデルが標準的である. クリプキ･モデル M は組

$$\langle U, R, v\rangle$$

であり, U は可能世界の非空集合, R は U 上の二項関係(到達可能関係), v は原子文に対する(二値)真理割当関数である.

様相論理では, それぞれ, 必然性, 可能性を表現する二つの単項演算子□,◇が導入される. 文 p に対して, 様相文□p, ◇p はそれぞれ,「p は必然である」,「p は可能である」と読む. これらは一般に複数の可能世界と到達可能関係を使って解釈される. 一般に, 文 p がモデル M の世界 x で真であることを M,x |= p で表す時, 様相文はそれぞれ

$$M,x \models \Box p \Leftrightarrow \forall y\,(xRy \Rightarrow M,y \models p),$$
$$M,x \models \Diamond p \Leftrightarrow \exists y\,(xRy \text{ and } M,y \models p),$$

と解釈される. つまり, 到達できるどの世界でも真である文は必然であり, 到達できるいずれかの世界で真である文は可能である. モデル M において, 文 p を真とする世界の集合を M における p の命題(proposition)と呼び, 通常は$\|p\|^M(\subseteq U)$で表わす:

$$\|p\|^M = \{x \mid M,x \models p\}.$$

本稿では, 煩雑さをさけるため, 文 p の命題を単に, 大文字 P(⊆U)で表わす(もちろん, M は固定されている場合である):

$$P = \{x \mid M,x \models p\}.$$

また, 様相命題は$\Box P=\|\Box p\|^M$, $\Diamond P=\|\Diamond p\|^M$とする.

R を同値関係とするとき, 集合 P(⊆U)の R に関する近似を構成すると, 様相命題との間に次の関係が成り立つ:

$$\underline{R}(P) = \Box P = \|\Box p\|^M,$$
$$\overline{R}(P) = \Diamond P = \|\Diamond p\|^M.$$

以下においては, 下近似, 上近似として, 主に, それぞれ, 記号□P,◇P を使用する.

なお, 世界 x(∈U)から到達できる世界の集合を

$$U_x=\{y \mid xRy\}$$

で定義すると, 様相文の解釈は

$$M,x \models \Box p \Leftrightarrow U_x\subseteq \|p\|^M,$$
$$M,x \models \Diamond p \Leftrightarrow U_x\cap \|p\|^M \neq \emptyset,$$

と簡潔に表現できる. クリプキ･モデル<U.R.v>は集合族$\{U_x\}_{x\in U}$を使って等価な表現$\langle U,\{U_x\}_{x\in U},v\rangle$を得る. もし, 各世界 x から到達可能な集合 U_x がすべて一致する場合は, それを F(⊆U)とおけば, クリプキ･モデルは

$$\langle U, F, v\rangle$$

である. 次節では, この単純なモデルを利用する.

3. 背景知識が構成する下近似と推論

本節では背景知識が生成する下近似の推論への効果に関して考察する.

3.1 通常の推論

まず，背景知識を一切考慮しない，通常の(演繹)推論を考察する．Modus ponens は，一般に

事実　　p
ルール　$p \rightarrow q$
結論　　q

と書ける．この(演繹)推論を可能世界意味論の枠で考える．M をクリプキ・モデルとする．推論の基礎となるルールは命題(集合)のレベルでみれば，要するに，包含関係である：

$$M \models p \rightarrow q \Leftrightarrow P \subseteq Q.$$

ここで，$M \models p$ は p が M で妥当である，すなわち，M の任意の世界 w で，$M,w \models p$ が成り立つことを意味する．

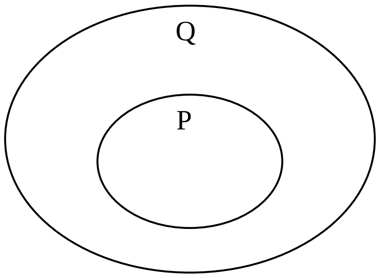

図3．ルール

別の見方をすると，最初の事実は，推論の遂行において可能な世界を限定する，と見なせる．その結果，限定されたどの世界でも，ルールによって，q が必然的に正しいことが分かるので，結論とするのである．形式的には，前節末で注意した単純なモデル$\langle U,F,v\rangle$を考える．このモデルで

$$F=P$$

とおいたものを M_Pとすれば，すなわち，$M_P=\langle U,P,v\rangle$とすれば，明らかに

$$M_P \models \Box q$$

が成り立つ．この結果，modus ponens は最初に与えられた事実 p が生成するモデル M_Pで q が必然かどうか，決定するプロセスになる(必然を信念に置き換えたで考えた方が感覚にあうかもしれない)．

3.2 背景知識が与える下近似

事実 p が与えられた時，命題 P は到達可能な世界集合としては最大である．日常的な推論では p という事実を聞いて，p が成り立つすべての可能世界を想定しているとは考えにくい．そこで，背景知識が構成する U 上の同値関係が存在して，P の部分集合である下近似$\Box P$がその背景知識の下で，到達できる世界の集合を与えると考えることもできる．この方針で$\Box P$ や$\Box Q$を推論に導入する．これらの集合の意味は文脈に応じて種々考えられるが，例えば，P,Q の本質的な要素，あるいは，典型的な要素の集合とみなす，などが挙げられる．以下では，P,Q を実然レベル，様相演算子を伴う$\Box P$,$\Box Q$ などを様相レベルと呼んで，いくつかの推論のパタンを考察する．なお，信念様相で考える場合は，前者は客観レベル，後者は主観レベル，とみなすこともできる．

3.3 非単調推論

実然レベルでは，含意関係がないが，様相レベルでは，存在する場合がある．非単調推論の有名な Tweety の例がその典型である．すなわち，P を鳥の集合，Q を飛ぶものの集合とすると き，P は Q には包含されないが，背景知識が生成する$\Box P$ を典型的な鳥の集合とみなせば，包含される．すなわち，

$$P \not\subset Q,\ \text{しかし},\ F=\Box P \subseteq Q$$

が成り立つのである．

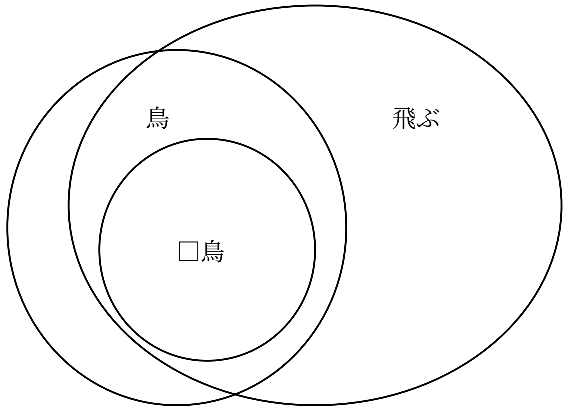

図4．非単調推論

図では，背景知識の結果

$$\text{鳥} \not\subset \text{飛ぶ},\ \text{しかし},\ F=\Box\text{鳥} \subseteq \text{飛ぶ}$$

という構造が生成されている．Tweety がペンギンであることが分かって初めて，信念修正が行われ，F が$\Box$鳥より拡大される．

3.4 アブダクション

アブダクションは事実 q とルール $p \rightarrow q$ から p を発想する．一般に，q を含意する前提は複数考えられるので，p のみを特定するのは，論理的には誤りである．しかし，背景知識が導く$\Box Q$を推論の対象とすると，q を含意する候補に順序をつけることができる．次の例では，可能な前提の候補 p,p'p"の命題と$\Box Q$ のなんらかの包含度を測れば，アブダクションの結論として，

$$p \geqq p' \geqq p''$$

という順序$\geqq$をつけることができる．このように，背景知識が論理文間に(不正確な表現であるが)一種の場のような構造を生成することが分かる．

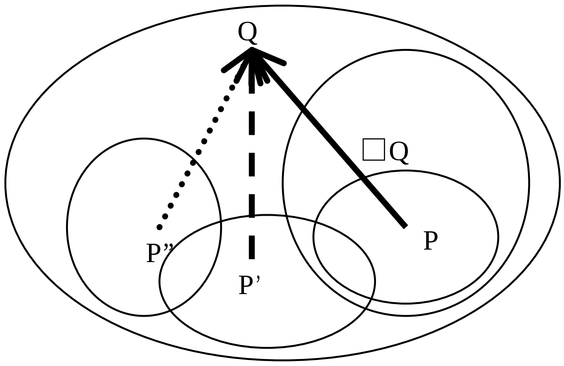

図5．アブダクション

4. 日常推論と様相論理

日常推論の中でも著しく怪しい例として，「占い」がある．占いは通常、迷信の対象とされ、論理的推論とは程遠いと思われがちである。しかし，近年，占いにおける論理性を議論する書が出版された[鈴木 2004,板橋 2004]．この二冊に共通するキーフレーズは「偶然の必然化」である．例えば，一般書であるが，[鈴木 2004]は「占いはアブダクション」と主張し，占いを物語化の文脈で論考した．一般に，人はこの世で起こる「偶然」的事象を怖ろ

しいと考える．そこで，偶然を必然化することによって，つまり，世界を因果関係によって解釈することで，偶然に見えたすべての事象に意味を与え，(少なくとも当面)安心しようとする傾向がある，と主張する．その因果関係発掘の原理を担うのが占いによって引き起こされるアブダクションである．占いは逆に世界解釈の積極的意味を与えられ，アブダクションは物語化の原理となる．例[鈴木 2004]を挙げれば，

赤いものを持っていると幸せになる
私は赤いものを身に着けていた
幸せになった

は通常の演繹推論である．一方，アブダクションは少しくだいて書けば

(500 円玉を拾って)おっ，私はラッキーだ（驚き）
(そう言えば)今朝の占いでは，赤いものを持っているとラッキー，と言っていた
(赤いハンカチを持っていたことに気づいて)赤いものを持っていたからだったのか！

となる．アブダクションでは最初に驚くべき事実に気づいて，それをどう説明するもっともらしい仮説を発想するのがポイントである．この場合では，占いが述べるルールを自分に偶然おきた事象にあてはめて無理やり解釈するために利用されている．

[鈴木 2004]はこのような占いの利用を「偶然の必然化」と呼んでいる．[板橋 2004]にも同様な主張がある．これを可能世界意味論[Chellas1980]で表現してみたい．標準的な様相論理の枠組では，文 p の偶然性は，必然ではないが，可能である，つまり，$\neg\Box p \wedge \Diamond p$ で表現される．偶然を必然化する，というのは

$(\neg\Box p \wedge \Diamond p) \to \Box p$

という式が成立するようにモデルを再構成するプロセスとなる．この式は簡単な同値変形で，より単純な式

$\Diamond p \to \Box p$

に帰着する．この式は[Chellas1980]では D_C と呼ぶ．対応するクリプキ･モデルの R の条件は部分関数性(partial functionality)

xRy ならば x=y (x,y は世界)

であり，到達可能である世界があるならば，ただ一つである，という意味である，この条件を満たすようにモデルを再構成するのが，偶然の必然化である．

5. あとがき

日常言語における推論の分析では，条件文 $p \to q$ を発話する時，往々にして，$\neg p \to \neg q$ が暗黙的に含意されている，と言われる(例えば，[坂原 1985])．これを占いに当てはめてみると，

赤いものを身につければ，幸せになれる

という条件文には，

赤いものを身につけなれば，幸せにはなれない

という一種の脅しが暗黙的に含意されることを意味する．実際に，占いなどで，脅しとしてちらつかせる事で，相手をその気にされるような場面は，十分想像できる．そもそも，$\neg p \to \neg q$ を背景知識として持つなら，p と q は同値になるから，占いでは，$p \to q$ と q からアブダクションで p を導くように見えながら，実は，最初から，p を押し付けている，と考えることもできる．今後の課題として，グライスの協調の公理を含む種々の語用論的分析と粒状性，特に，粒度調整の役割との関係の解明を挙げたい．

謝辞：本研究の一部は日本学術振興会科学研究費基盤研究(B)(2)「様相論理の意味的場を利用した画像内容の自動索引付に関する研究」(14380171) の援助を得た．

文献

[Chellas80] Chellas, B. F. : Modal Logic: An Introduction. Cambridge University Press (1980).

[板橋 2004] 板橋作美: 占いの謎．文藝春秋 (2004).

[Lin1998] Lin, T.Y.: Granular Computing on Binary Relation, I & II. L.Polkowski et al. (eds.), Rough Sets in Knowledge Discovery 1: Methodology and Applications, Physica-Verlag, pp. 107-121, pp.122-140 (1998).

[森 2001] 森典彦: ラフ集合と感性工学，日本ファジィ学会誌，Vol.13, No.6, pp.600-607 (2001).

[森 2004] 森典彦，田中英夫，井上勝雄: ラフ集合と感性，海文堂 (2004).

[村井 2001] 村井哲也: ラフ集合と様相論理. 日本ファジィ学会誌 Vol.13, No.6, pp.571-580 (2001).

[Murai2001] Murai, T., M.Nakata, Y.Sato: A Note on Filtration and Granular Reasoning, *T.Terano et al.(eds.), New Frontiers in Artificial Intelligence*, LNAI 2253, Springer, pp.385-389 (2001).

[Murai2002] Murai, T., G.Resconi, M.Nakata, Y.Sato: Operations of Zooming In and Out on Possible Worlds for Semantic Fields, *E.Damiani et al. (eds), Knowledge-Based Intelligent Information Engineering Systems and Allied Technologies*, IOS Press, pp.1083-1087 (2002).

[Murai2003a] Murai, T., G.Resconi, M.Nakata, Y.Sato: Granular Reasoning Using Zooming In & Out: Part 2. Aristotle's Categorical Syllogism. Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 82(4) (2003).

[Murai2003b] Murai, T., G.Resconi, M.Nakata, Y.Sato: Granular Reasoning Using Zooming In & Out: Part 1. Propositional Reasoning. G.Wang et al.(eds.) Rough sets, Fuzzy sets, Data mining, and Granular Computing, LNAI 2639, Springer, 421-424 (2003).

[Murai2004] Murai, T., M.Sanada, Y.Kudo, M.Kudo : A Note on Ziarko's Variable Precision Rough Set Model and Nonmonotonic Reasoning. *S.Tsumoto et al.(eds.) Rough Sets & Current Trends in Computing, LNCS 3066*, Springer, pp.421-424 (2004).

[村井 2004a] 村井哲也，石田茂，鷲尾恒平，工藤康生，工藤峰一: ラフと感性(キーノート･レクチャ)，第 6 回日本感性工学会大会講演予稿集 2004, pp.150-151.

[村井 2004b] 村井哲也，工藤康生: 感性と論理，第 6 回日本感性工学会大会講演予稿集 2004, pp.157.

[村井 2004c] 村井哲也，工藤康生 : ラフと推論，2004 エンタテインメント感性ワークショップ講演論文集，pp.33-36.

[Pawlak1982] Pawlak, Z.: Rough Sets. Int. J. Computer and Information Sciences, Vol.11, pp.341-356 (1982).

[Pawlak1991] Pawlak, Z.: Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning about Data. Kluwer, Dordrecht (1991).

[坂原 1985] 坂原茂: 日常言語の推論，認知科学選書 2，東京大学出版会 (1985).

[Skowron2001] Skowron, A.: Toward Intelligent Systems: Calculi of Information Granules. T.Terano et al. (eds.), New Frontiers in Artificial Intelligence, LNAI 2253, Springer, pp.251-260 (2001).

[鈴木 2004] 鈴木淳史: 占いの力．洋泉社 (2004).

[津本 2001] 津本周作: ラフ集合論の現状と課題．日本ファジィ学会誌 Vol.13, No.6, pp.552-561 (2001).